

# ANÁLISE DO HIDROGRAMA DAS BACIAS DOS RIOS NHUNDIAQUARA E MARUMBI, PR: ESTUDO PRELIMINAR COM GEOMETRIA FRACTAL

Masato Kobiyama<sup>1</sup>; Jurandir Bueno Jr.<sup>2</sup>; Dirceu Fruet<sup>3</sup>; Irani dos Santos<sup>4</sup>

**Resumo** - O presente trabalho mostra uma análise de hidrogramas com a técnica de geometria fractal. Foram analisados os hidrogramas anuais, ente 1978 e 1995, das bacias dos rios Nhundiaquara (214 km<sup>2</sup>) e Marumbi (80 km<sup>2</sup>) localizadas na vertente oriental da Serra do Mar no Estado do Paraná, visando a avaliação do regime hidrológico. A aplicação da técnica indicou que os hidrogramas podem ser considerados fenômenos fractais e que o método de contagem de caixas tem aplicabilidade neste tipo de análise. Comparativamente, a maior bacia apresentou a maior dimensão fractal, Df, indicando uma maior irregularidade na forma do hidrograma. Considerando a precipitação anual, a Df das bacias mostrou um comportamento diferenciado. O hidrograma do rio Nhundiaquara aumentou a irregularidade com o aumento da precipitação, enquanto o hidrograma do rio Marumbi reduziu. Embora as correlações obtidas sejam baixas, esse comportamento indica uma possibilidade de existência de um tamanho limite, em torno de 100 km<sup>2</sup> de área de drenagem, onde ocorre uma alteração no regime hidrológico.

**Abstract** – To evaluate hydrologic regime, the present study carried out hydrograph analysis with the fractal geometry technique. The annual hydrographs of the watersheds of Nhundiaquara (214 km<sup>2</sup>) and Marumbi (80 km<sup>2</sup>) in the period of 1978 to 1995 were analyzed. These watersheds are located in the Serra do Mar, Paraná State. The application of this technique indicated that the hydrographs are fractals and that the box-counting method has applicability for hydrograph analysis. Comparatively, the larger watershed had larger values of fractal dimension (Df), indicating stronger irregularity of hydrograph form. With consideration on annual precipitation, the Df of the watersheds showed differentiated behavior. In the Nhundiaquara watershed, the hydrograph increased its irregularity with the annual precipitation, while the hydrograph of the Marumbi

---

<sup>1</sup> UFPR/Departamento de Solos e Engenharia Agrícola; Rua dos Funcionários 1540 CEP80035-050, Curitiba-PR; Brasil; Telefone: 041-350-5628; Fax: 041-350-5652; kobiyama@agrarias.ufpr.br

<sup>2</sup> UFPR/Curso de Graduação em Geografia, Centro Politécnico, CEP81531-990, Curitiba-PR, Brasil (Bolsista de Extensão)

<sup>3</sup> UFPR/Curso de Graduação em Agronomia, Rua dos Funcionários 1540, CEP80035-050, Curitiba-PR, Brasil (Bolsista do CNPq)

<sup>4</sup> Centro de Hidráulica e Hidrologia Professor Parigot de Souza – CEHPAR. Convênio UFPR/COPEL/LACTEC, Caixa Postal 1309, CEP 80011-970, Curitiba, PR, Brasil. Fone: (041) 361-6307, Fax: (041) 266-2935 e-mail: irani@cehpar.org.br

watershed reduced. Though the obtained correlations were very weak, the results imply the possibility of the existence of threshold area near at 100 km<sup>2</sup> of drainage area where a change of the hydrologic regime occurs.

**Palavras-Chave** – bacia hidrográfica, hidrograma, dimensão fractal

## **INTRODUÇÃO**

A Bacia Litorânea no Estado do Paraná, Brasil, é coberta por Floresta Atlântica ainda bastante preservada, o que confere a região algumas características peculiares como biodiversidade, ecoturismo, área de proteção ambiental, entre outros. No entanto, o rápido desenvolvimento sem planejamento adequado vem deteriorando o meio ambiente, o que leva a necessidade urgente de implementação de técnicas corretas de manejo de bacia hidrográfica. Para tanto, estudos hidrológicos básicos, como análise de hidrograma, tornam-se fundamentais (Kobiyama et al., 1999).

Geralmente são analisadas características específicas do hidrograma tais como: pico, curva de recessão, tempo de ascensão e de recessão, e separação dos componentes (Tucci, 1993). Rogers (1972) analisou o efeito da distribuição de sub-bacias de 1<sup>a</sup> ordem em uma bacia sobre a forma do hidrograma. Eventos extremos tais como enchente e estiagem também são comumente analisados com o método de frequência (Chow et al., 1988).

Análises de regimes hidrológicos, que incluam características do hidrograma, podem fornecer informações valiosas sobre os comportamentos de enchente e estiagem, possibilitando a classificação de bacias hidrográficas. Kresser (1981), com base na variabilidade sazonal de vazão, propôs a classificação de regimes hidrológicos na Áustria. Recentemente, as relações tanto entre o coeficiente de variação (CV) da vazão máxima anual e a área da bacia, quanto entre a média da vazão máxima anual e a área também vêm sendo utilizadas para analisar regimes hidrológicos (Smith, 1992; Gupta et al., 1994; Blöschl e Sivapalan, 1997; Robinson e Sivapalan, 1997). Estudos com esse tipo de metodologia, que pode ser considerado como técnica escalar, devem ser complementados com análise ambiental de caráter regional (Kuzuha et al., 2001).

Outra abordagem possível é através da análise do comportamento do hidrograma inteiro como séries temporais. Neste caso, os métodos de autocorrelação e de periodograma cumulativo são comuns para analisar a dependência do fenômeno, e o método de autocorrelação parcial para determinação da forma do hidrograma (Srikanthan et al., 1983).

Neste contexto, visando a avaliação do regime hidrológico das bacias dos rios Nhundiaquara e Marumbi, o presente trabalho mostra uma análise de hidrogramas das mesmas com a técnica de geometria fractal cujo conceito foi criado por Mandenbrot (1983). Fractais são bastante úteis para analisar formas irregulares, especialmente aquelas que possuem auto-similaridade e/ou auto-afinidade. Por causa desta natureza, a dimensão fractal (Df) vem sendo utilizada em diversas áreas, por exemplo geomorfologia (Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997; Gomes, Chaudhry, 1999) e fisiologia (Bassingthwaighte et al., 1994).

Em hidrologia a análise fractal vem sendo utilizada, basicamente no estudo de eventos extremos, como por exemplo na avaliação da precipitação média máxima anual (Dwyer e Reed, 1994). Também Radziejewski e Kundzewicz (1997) aplicaram fractal no hidrograma do rio Warta, divisa entre Polônia e Alemanha, enfocando somente vazões altas. Diferentemente, o presente estudo analisa o grau de irregularidade do hidrograma como um todo.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Áreas de estudo

Foram analisados os hidrogramas anuais de duas bacias hidrográficas localizadas na vertente oriental da Serra do Mar no estado do Paraná, as quais foram delimitadas considerando-se a localização das estações fluviométricas da SUDERHSA (Tabela 1), cuja localização é mostrada na Figura 1.

Tabela 1 – Descrição das estações fluviométricas das bacias.

Código	Rio	Área de drenagem (km <sup>2</sup> )	Latitude (S)	Longitude (W)	Altitude (m)
82170000	Nhundiaquara	214	25°29'	48°50'	8
82195002	Marumbi	80	25°29'	48°50'	60

A região apresenta, segundo a classificação de Köeppen, o tipo climático Af (IAPAR, 1994), estando coberta predominante com vegetação de floresta ombrófila densa aluvial, submontana, montana e alta montana e a geologia é caracterizada por migmatito e granito na área montanhosa e quaternário na área plana (Bigarella, 1978)

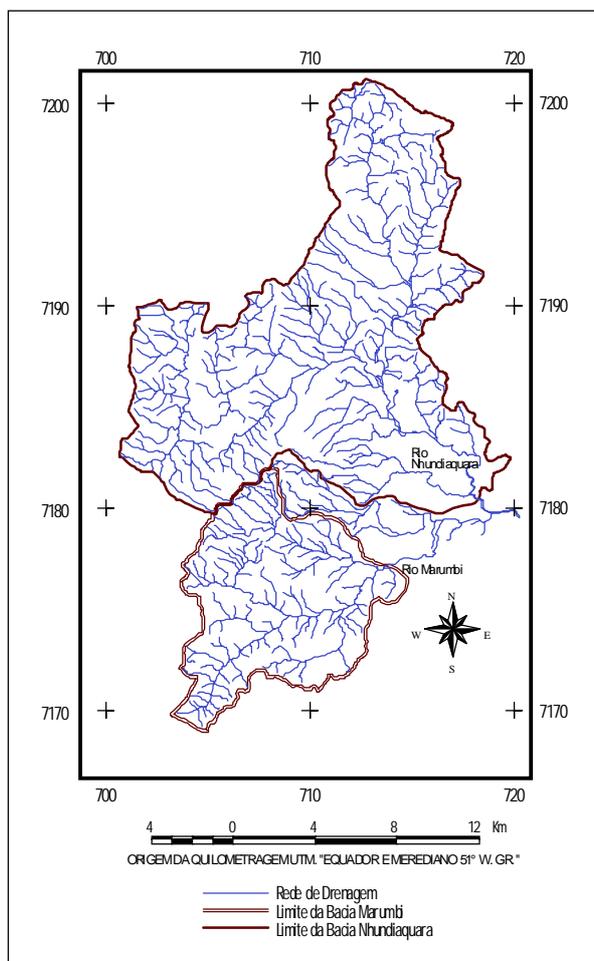


Figura 1 – Bacias do rio Nhundiaquara e do rio Marumbi.

## Dados utilizados

Foram utilizados os dados diários de vazão no período de 1978-95, obtidos das estações dos rios Nhundiaquara e Marumbi (Tabela 1), e os dados diários de precipitação do mesmo período obtidos nas estações de Marumbi, Morretes e Véu de Noiva (Tabela 2).

Tabela 2 – Descrição das estações pluviométricas das bacias.

Código	Nome da estação	Município	Latitude (S)	Longitude (W)	Altitude (m)
02548027	Marumbi	Morretes	25°29'	48°50'	60
02548000	Morretes	Morretes	25°28'	48°50'	3
02548002	Véu de Noiva	Morretes	25°26'	48°57'	680

Para estimar a precipitação média sobre a bacia do rio Nhundiaquara foram utilizadas as estações Morretes e Véu de Noiva, e para a bacia do rio Marumbi as estações Marumbi e Véu de Noiva. Segundo Prates e Guetter (1998), há o forte efeito orográfico na região. Portanto, para amenizá-lo, as precipitações foram espacializadas considerando-se a variação da altitude, no cálculo da sua média de cada bacia.

## Teoria do Fractal

Segundo Ishimura e Ishimura (1990), quando uma figura  $X$  está coberta com  $N$  quadrados cujo lado possui comprimento  $d$ , a medida de Hausdorff com dimensão  $k$  é:

$$M^k(X) \approx \lim_{d \rightarrow 0} \left\{ \sum_{i=1}^{N(d)} (\sqrt{2}d)^k \right\} = \lim_{d \rightarrow 0} \left\{ N(d) \cdot (\sqrt{2}d)^k \right\} \quad (1)$$

Considerando-se que  $k$  seja constante e igual a  $k_0$ , mede-se o número  $N(d)$  para diversos valores de  $d$ . Existindo uma relação linear entre  $N(d)$  e  $d^{-k_0}$ , ou seja,  $N(d) = \mu \cdot d^{-k_0}$  onde  $\mu$  é constante positiva, pode-se dizer que:

$$\lim_{d \rightarrow 0} \left\{ N(d) \cdot (\sqrt{2}d)^{k_0} \right\} = \sqrt{2}^{k_0} \cdot \mu \quad (2)$$

Portanto, quando  $k = k_0$ , a medida de Hausdorff com dimensão  $k$  da figura  $X$  possui um valor finito, isto é,  $M^{k_0}(X) \approx \sqrt{2}^{k_0} \cdot \mu$ . Logo, o valor de  $k_0$  pode ser definido como Df da figura  $X$ .

## Análise de fractal

Os hidrogramas anuais para cada bacia foram gerados, com os dados diários fornecidos pela SUDERHSA, em um sistema de coordenadas cartesianas considerando-se as escalas horizontal (1 dia = 1 cm) para o tempo e vertical (1 m<sup>3</sup>/s = 1 cm e 1 mm/dia) para os valores de vazão. Embora existem diversos métodos para determinar o valor de Df (Gao e Xia, 1996), o presente estudo adotou o método de contagem de caixas (*Box-counting*) desenvolvido por Goodchild (1982).

No presente trabalho, os valores dos lados,  $d$ , das quadrículas foram 3 mm, 6 mm, 1 cm e 2 cm. Os valores de Df para os hidrogramas anuais foram determinados a partir destes quatro tipos de malha.

Na prática, a relação linear da eq. (2) pode ser expressa como  $\log N(d) = -k_0 \log d + \log \mu$ . Assim, plota-se em gráfico log-log os valores de  $d$  e  $N(d)$ , obtendo-se uma relação linear entre  $\log d$  e  $\log N(d)$  com uma inclinação de  $-k_0$ , e assume-se que o valor de  $k_0$  é igual a  $D_f$ .

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os valores médios da  $D_f$  para os hidrogramas nas grandezas  $m^3/s$  e  $mm/dia$  para duas bacias estão listados na Tabela 3. Como os valores são entre 1 e 2, os hidrogramas podem ser considerados como fractais. Em termos médios a dimensão fractal do hidrograma da bacia do rio Marumbi é maior do que aquele do rio Nhundiaquara, independentemente da unidade utilizada na representação. Este resultado, de certa forma esperado, indica que quanto menor a bacia maior é a variação do hidrograma, mostrando um potencial de aplicabilidade do método na análise de hidrogramas.

Tabela 3 – Valores médios da dimensão fractal.

Bacia	Hidrograma ( $m^3/s$ )	Hidrograma ( $mm/dia$ )
Nhundiaquara	1,0427	1,0292
Marumbi	1,0498	1,0467

A Figura 2 mostra a relação entre a precipitação anual e a  $D_f$  do hidrograma em  $m^3/s$  para as duas bacias. Embora não exista forte correlação, os valores da  $D_f$  aumentam com aumento da precipitação na bacia do rio Nhundiaquara e a tendência torna-se contrária na bacia do rio Marumbi. Esse resultado pode indicar que o processo chuva-vazão gera regimes hidrológicos ligeiramente diferentes entre as duas bacias. Na bacia do rio Nhundiaquara a flutuação da vazão aumenta com o aumento da precipitação, o que é esperado (ordinário) no processo chuva-vazão. Entretanto, o resultado obtido na bacia do rio Marumbi parece indicar o contrário, caracterizando um fenômeno extraordinário.

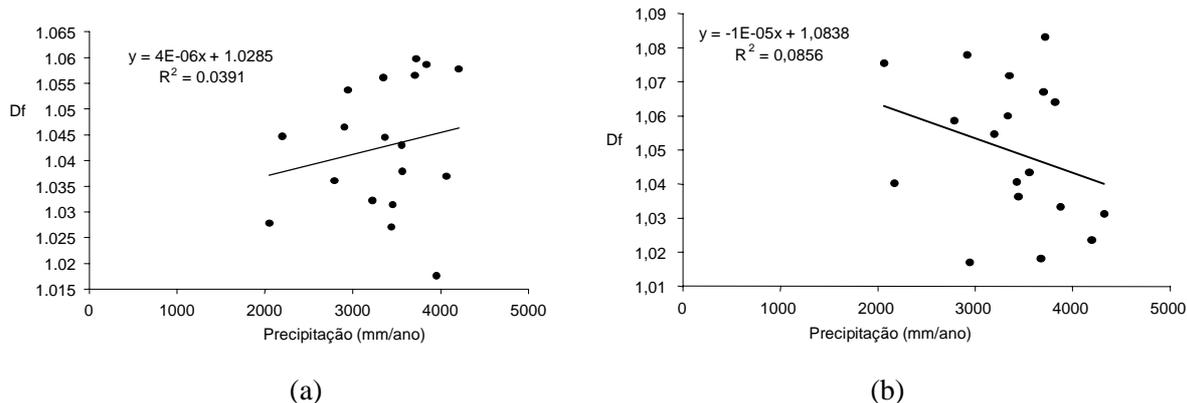


Figura 2 – Relação entre a precipitação anual e a dimensão fractal do hidrograma em  $m^3/s$ .

(a) Bacia do rio Nhundiaquara; (b) Bacia do rio Marumbi.

Para efeito de comparação entre bacias com tamanhos diferentes, foi analisado também o hidrograma em mm/dia. A relação entre a precipitação e o valor da Df do hidrograma em mm/dia é mostrada na Figura 3, na qual obteve-se a mesma tendência anterior.

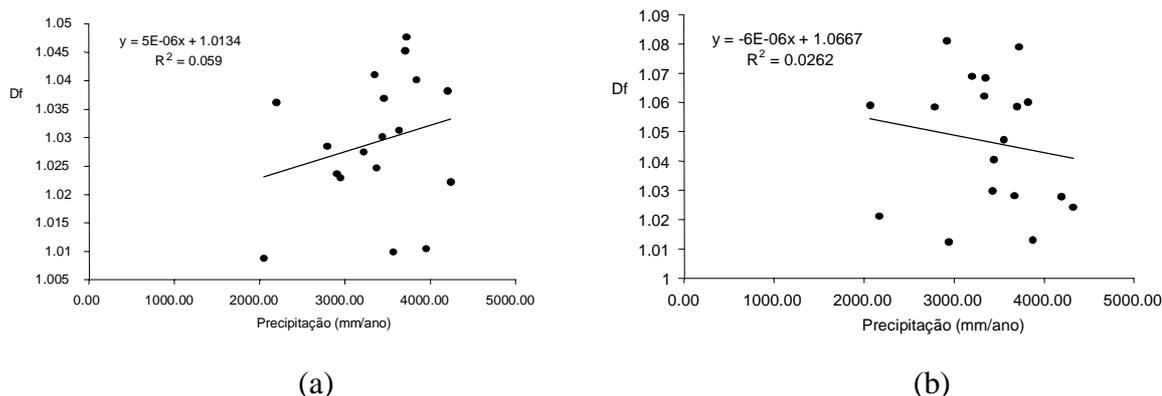


Figura 3 – Relação entre a precipitação anual e a dimensão fractal do hidrograma em mm/dia.

(a) Bacia do rio Nhundiaquara; (b) Bacia do rio Marumbi.

Smith (1992), Gupta et al. (1994) e Gupta e Dawdy (1995) propuseram o termo “tamanho limite” da bacia ( $A_c$ ), sendo que o CV da vazão máxima anual ao longo do tempo aumenta com o aumento do tamanho da bacia até o tamanho limite  $A_c$ . Quando o tamanho da bacia é superior ao  $A_c$  ocorre o inverso, ou seja, o CV da vazão máxima anual diminui com o aumento da área da bacia. Smith (1992) encontrou o valor de  $A_c$  em torno de  $100 \text{ km}^2$ .

Os valores de Df encontrados nas bacias estudadas, Nhundiaquara ( $214 \text{ km}^2$ ) e Marumbi ( $80 \text{ km}^2$ ), embora apresentem uma correlação muito baixa, indicam a existência de alteração no comportamento das vazões com o incremento da área de drenagem. Assim, os resultados deste

trabalho confirmam a existência do tamanho limite,  $Ac$ , e não rejeita a hipótese de que o mesmo seja de  $100 \text{ km}^2$ .

A relação entre os valores da  $Df$  dos hidrogramas anuais das bacias não apresentam boa correlação, embora apresentem a mesma tendência (Figura 4).

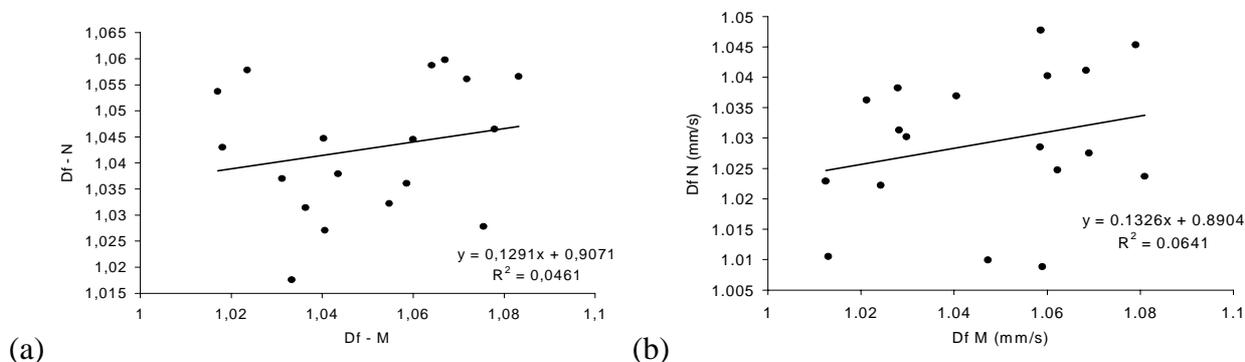


Figura 4. A relação entre os valores da  $Df$  das duas bacias para cada ano no período de 1978-1995.

(a) hidrograma em  $\text{m}^3/\text{s}$ ; (b) hidrograma em  $\text{mm}/\text{dia}$ .

A Figura 5 mostra uma comparação dos valores da  $Df$  dos hidrogramas expressos em  $\text{m}^3/\text{s}$  e  $\text{mm}/\text{dia}$ . Embora apresente a mesma tendência as correlações não são boas, alertando que a escolha da unidade de representação do hidrograma pode ser um fator decisivo neste tipo de estudo. O presente trabalho, ainda de caráter especulativo não permitir concluir qual a melhor unidade de representação, tão pouco qual o tamanho da malha mais adequada para aplicação do método de contagem de caixas para obtenção da  $Df$  de hidrogramas.

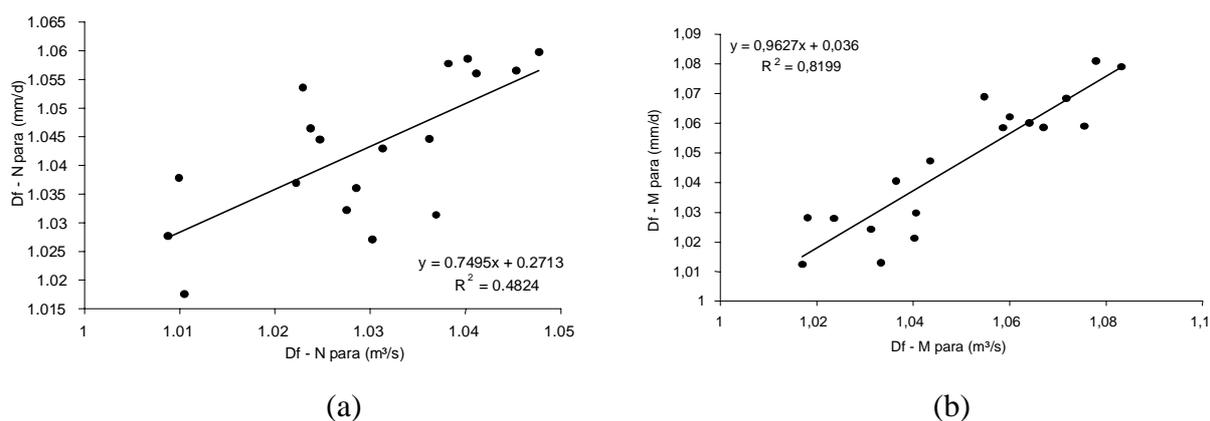


Figura 5 – Comparação dos valores da  $Df$  dos hidrogramas expressos em  $\text{m}^3/\text{s}$  e  $\text{mm}/\text{dia}$ .

(a) Bacia do rio Nhundiaquara; (b) Bacia do rio Marumbi.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da técnica fractal na análise dos hidrogramas das bacias dos rios Nhundiaquara e Marumbi indicou que os hidrogramas podem ser considerados fractais e que o método de contagem de caixas tem aplicabilidade neste tipo de análise.

Comparativamente, a maior bacia apresentou a maior  $D_f$ , indicando uma maior irregularidade na forma do hidrograma. Considerando a precipitação anual, a  $D_f$  das bacias mostrou um comportamento diferenciado, com o hidrograma do rio Nhundiaquara aumentando a irregularidade com o aumento da precipitação, enquanto que o hidrograma do rio Marumbi reduz a irregularidade com o aumento da precipitação.

Esse comportamento das bacias estudadas, Nhundiaquara (214 km<sup>2</sup>) e Marumbi (80 km<sup>2</sup>), embora apresentem uma correlação muito baixa, indicam a existência de alteração no comportamento das vazões com o incremento da área de drenagem. Assim, os resultados deste trabalho indicam uma possibilidade da existência do tamanho limite,  $A_c$ , e não rejeita a hipótese de que o mesmo seja em torno de 100 km<sup>2</sup> de área de drenagem.

## AGRADECIMENTO

Os autores agradecem ao Eng. E. Nagashima da SUDERHSA do Estado do Paraná por fornecer os dados fluviométricos e meteorológicos e discussão dos mesmos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BASSINGTHWAIGHTE, J.B.; LIEBOVITCH, L.S.; WEST, B.J. **Fractal physiology**. New York: Oxford Univ. Press, 1994. 364p.
- BIGARELLA, J. J. **A Serra do Mar e a Porção Oriental do Estado do Paraná**. Curitiba. Governo do Paraná, 1978. 248p.
- BLÖSCHL, G.; SIVAPALAN, M. Process controls on regional flood frequency: Coefficient of variation and basin scale. **Water Resour. Res.**, Washington, v.33, p.2967-2980, 1997.
- CHOW, V.T.; MAIDMENT, D.R.; MAYS, L.W. **Applied Hydrology**. New York: McGraw-Hill, 1988. 572p.
- GAO, J.; XIA, Z. Fractals in physical geography. **Progress in Physical Geography**, Senenoaks, v.20, n.2, p.178-191

- GOMES, M.H.R.; CHAUDHRY, F.H. Análise fractal de redes de drenagem de bacias hidrográficas. In: Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos (13: 1999: Belo Horizonte) **Anais**, Belo Horizonte, 1999. CD-rom.
- GOODCHILD, M.F. The fractal Brownian processes as a terrain simulation model. **Modeling and Simulation**, Pittsburgh, v.13, p.1133-1137, 1982.
- GUPTA, V.K.; DAWDY, D.R. Physical interpretations of regional variations in the scaling exponents of flood quantiles. **Hydrol. Process.**, Amsterdam, v.9, p.347-361, 1995.
- GUPTA, V.K.; MESA, O.J.; DAWDY, D.R. Multiscaling theory of flood peaks: Regional quantile analysis. **Water Resour. Res.**, Washington, v.30, p.3405-3421, 1994.
- IAPAR **Cartas climatológicas do Estado do Paraná**. Londrina: Instituto agrônômico do Paraná, 1994. 45p.
- ISHIMURA, S.; ISHIMURA, S. **Fractal mathematics**. Tokyo: Tokyo Tosho, 1990. 259p.
- KOBIYAMA, M.; MANFROI, O.; MINELLA, J.P.G. Separação do hidrograma de quatro bacias hidrográficas no litoral paranaense. In: Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos (13: 1999: Belo Horizonte) **Anais**, Belo Horizonte, 1999. CD-rom.
- KRESSER, W. Die wasserwirtschaftlichen Verhältnisse in Österreich, in Schriften des Vereines zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien. **Vienna**, p.69-97, 1981.
- KUZUHA, Y.; TOMOSUGI, K.; KISHII, T.; HAYANO, M. Classification of catchments by hydrologic regimes. **J. Jap. Soc. Hydrol. & Water Resour.**, Tokyo, v.14, p.131-141, 2001.
- MANDELBROT, B.B. **The fractal geometry of nature. (Updated and augmented)** New York: W.H. Freeman and Company, 1983. 468p.
- PRATES, J.E.; GUETTER, A. K. Estudo microclimático do efeito orográfico no regime de precipitação. In: Congresso Brasileiro de Meteorologia (10:1998: Brasília), **anais**, Brasília, 1998. CD-rom.
- RADZIEJEWSKI, M.; KUNDZEWICZ, Z.W. Fractal analysis of flow of the river Warta. **J. Hydrol.**, Amsterdam, v.200, p.280-294, 1997.
- RODRIGUEZ-ITURBE, I.; RINALDO, A. **Fractal river basins: Chance and self-organization**. New York: Cambridge Univ. Press, 1997. 547p.
- RIGERS, W.F. New Concept in hydrograph analysis. **Water Resour. Res.**, Washington, v.8, p.973-981, 1972.
- ROBINSON, J.S.; SIVAPALAN, M. Temporal scales and hydrological regimes: Implications for flood frequency scaling. **Water Resour. Res.**, Washington, v.33, p.2981-2999, 1997.
- SMITH, J.A. Representation of basin scale in flood peak distributios. **Water Resour. Res.**, Washington, v.28, p.2993-2999, 1992.

SRIKANTHAN, R.; McMAHON, T.A.; IRISH, J.L. Time series analysis of annual flows of Australian streams. **J. Hydrol.**, Amsterdam, v.66, p.213-226, 1983.

TUCCI, C. E. M. (org.) **Hidrologia: Ciência e Aplicação**. Porto Alegre: Editora UFRGS/Edusp/ABRH, 1993. 943p.